

ORIGINAL

RECUPERACIÓN DEL 2º PARCIAL -- PARTE TEÓRICA Tema C

En los ejercicios "verdadero o falso" encerrar en un círculo la opción que crea correcta.

Ejerc. 1.- Dada $y = f(x)$ definida en $[a, b]$, a) Entonces $f(x)$ está definida en los puntos frontera de su dominio. V F porque:

b) Entonces $f(x)$ tiene una discontinuidad ESENCIAL DE PRIMERA ESPECIE en c interior de $[a, b]$ si:

f no es $f(x)$, y \exists límites laterales pero los no son f

Ejerc. 2.-

Defina coordenadas polares: Determine las fórmulas de transformación de polares a cartesianas y viceversa (entregar en hoja aparte)

Ejerc. 3.- Si la función $y = f(x) \in C^u_{[a,b]}$ y es $f(a) < k < f(b)$, entonces:

Ejerc. 4.- Defina en forma completa la derivada de una función en un punto. Interprete gráficamente. (hoja aparte)

Ejerc. 5.- Defina función diferenciable. Deduzca el diferencial de una función (Hoja aparte)

Ejerc. 6.-

i) Defina Punto de Inflexión

ii) Si $y = f(x)$ tiene en $x = c$ un punto de inflexión, indique que es Verdadero:

a) $f''(c) = 0$

b) $f''(c + \delta) < 0 \wedge f''(c - \delta) > 0$

c) $f'(c) = 0$

b	$a \wedge b$	La respuesta correcta es: <input checked="" type="checkbox"/> c
---	--------------	---

Espacio reservado para la cátedra. No escribir ni hacer marcas.

1a	1b	2	3	4	5	6i	6ii
3	5	10	6	8	10	3	5

Escribir con birome o tinta. Utilizar los espacios en blanco de la guía para completar cada ejercicio. Ejercicio sin justificación carece de validez.

Tena N° 5

1- Haga un círculo alrededor de la/s proposición/es FALSAS, si las hay. Justifique en el espacio indicado. (10)

" $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ "

10

a-... es condición suficiente de convergencia de $\{a_n\}$ "

b-... es condición suficiente de convergencia de $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ "

c-... es condición necesaria de convergencia de $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ "

La/s proposición/es b son FALSAS porque $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ es condición necesaria ~~pero no suficiente~~.

2- Complete el enunciado correspondiente (10).

Una sucesión es convergente $\Leftrightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$

No fin porque no es 0

5

3- Analice la convergencia o divergencia de la siguiente serie (20)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} / (2n)!$$

20

4-a) Complete la siguiente definición (10)

Una serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ es condicionalmente convergente cuando la cond. necesaria nos da convergente y entonces aplicamos un criterio y nos da diverg. entonces es cond. convergente.

b) Indique si la serie es absoluta y/o condicionalmente convergente (20)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} / \sqrt{2n+1}$$

o/w

0

5- Desarrolle el concepto de Polinomio de Taylor y las condiciones de existencia del mismo, para una dada $f(x)$ (10). (hacer en el reverso de la hoja)

6- Encuentre el desarrollo en serie de McLaurin la siguiente función (20)
 $f(x) = 1 / (1+x)$

10

45%

3ª Parcial

-5-1-1

56

SEGUNDO PARCIAL – AÑO 2000

- 1- Un perímetro tiene 120 m. De perímetro ¿ Que largo y ancho determinan el área máxima?
- 2- Calcular el siguiente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} [\text{Cotg}(x)]^x$$

- 3- Estudiar la convergencia o divergencia de $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$

- 4- Desarrollar la serie de Mac Laurin $F(x) = e^{-x}$

- 5- Con el desarrollo anterior calcular si es posible, e con $n = 3$

- 6- Resolver las siguientes integrales

a) $\int x e^{x/2} dx$

b) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x-1}$

c) $\int \frac{dx}{3\text{Cos}(x) + 4\text{Sen}(x)}$

- 7- a) Graficar $y = x^2 - 4$ y $y = x - 2$

- b) Calcular el área encerrada por las curvas anteriores

- 8- Calcular la longitud del arco de curva de $y = x^{3/2}$, $0 \leq x \leq 5$

- 9- Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 6}{x + 2}$, determinar: a) Dominio; b) Puntos de discontinuidad

(clasificar); c) Ecuación de las rectas asintotas; d) coordenadas de los extremos; e) Intervalos de crecimiento y decrecimiento; f) Puntos de inflexión; g) Intervalos de concavidad; h) grafica; i) Imagen

Parte Teórica

- 1- Defina máximo relativo de una función en un punto. De la condición necesaria. Ídem máximo absoluto.
- 2- Defina punto de inflexión de una función. Enuncie la condición necesaria de punto de inflexión, citando un ejemplo demuestre que esta condición no es suficiente.
- 3- De la expresión de la formula de Taylor, indicando cual es la ventaja de su uso. ¿ Que representa el termino complementario?. Interprete gráficamente
- 4- Enuncie la regla de L' Hopital.
- 5- Defina serie numérica e indique que significa que sea convergente
- 6- Defina radio e intervalo de convergencia en una serie de potencia. Deduzca como se calcula el radio.
- 7- Deduzca la definición de integral definida de $F(x)$ en $[a, b]$. Defina cuidadosamente cada uno de los conceptos utilizados en su desarrollo.
- 8- Demuestre la formula para el calculo del área de la superficie de sólido de revolución.

Nº de lista	Apellido y nombre	Comis	Carr.	Anf	Tema	Puntaje	
1	XXXXXXXXXXXX	7	ciul	F	C	P 08	T

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA | FAC. DE INGENIERIA | ANALIS.MATEMATICO I

Recuperación del 2º PARCIAL | primer cuatr./05 | 11/6/05

El presente parcial consta de ejercicios de respuestas múltiples que deben tener una sola marca y graficas que deben realizarse en hoja aparte. Escriba con birome o tinta, sino el examen no se corregirá. No está permitido el uso de apuntes, textos o calculadoras. Exámenes anónimos no serán corregidos. Para retirarse del anfiteatro deberá entregar el examen. Todos los resultados aún los de respuestas múltiples deben ser justificados en HOJA APARTE. Encerrar en un círculo la respuesta que crea correcta. Donde dice "La respuesta correcta es" solo responder en caso de que ninguno de los ítems lo sea. Donde dice "nota" no escribir ni hacer marcas

PARTE PRACTICA

Ej.1 Grafique en coords. polares $r = 2 - 2\text{Sen}(\varphi)$: indicando tabla y unidad usada (hoja aparte)	6punt	Nota
		0

Ej.2 El resultado de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{Cos}(2x)}{x}$ es	-1 <input checked="" type="radio"/> 0 <input type="radio"/> 1 <input type="radio"/>	La respuesta correcta es	3punt.	Nota
				3

Ej.3 El resultado de $\lim_{x \rightarrow 0} (\text{Cos}(5x))^{1/x^2}$ es	$\frac{1}{\sqrt{e^{25}}}$ <input type="radio"/> e^2 <input type="radio"/> $\frac{1}{e}$ <input checked="" type="radio"/>	La respuesta correcta es	5punt	Nota
				1

Ej.4 Dada la función $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 8} + \frac{2}{x}$ indicar	a) donde es disc. (2p) $x = 2$ $x = 0$	b) tipo de asc. (3p) Asintota de 2da especie	c) Ec. de Asintotas (5p) (si no existe indicarlo) As. Vertical $\Rightarrow x = 2$ $x = 0$ A.D.	Nota
				5

Justifique los resultados de todos los incisos en HOJA APARTE

Ej.5 Dada la función $f(x) = xe^{-x}$ indicar	a) Coords Máx (2p)	b) Coords. mín. (2p)	c) Interv. Crec. (1p)	Nota	
d) Interv. de Decrec. (1p)	e) Coords. P. Infl. (2p)	f) Interv. Conc (+) (1p)	g) Interv. Conc (-) (1p)	h) Gráfico (5p) (Hoja aparte)	Nota
					0

Justifique los resultados de todos los incisos en HOJA APARTE

Ej.6 La ecuación de la recta tangente en el punto (1,0) a la función implícita en $\cos(x^2 y) + \sqrt{x+y} = 2$ es (7puntos)	$y = 1 - x$ <input type="radio"/>	$y = 1 + x$ <input type="radio"/>	$y = -x - 1$ <input type="radio"/>	La respuesta correcta es	Nota
					0

Ejerc.7.- Calcular usando diferenciales: $e^{1.1}$ (4puntos)	Nota
$\Delta x = 0.1$ $y = e^x$ $dy = e^x \Delta x$ $y = e^{1.1} \approx e^1 + e^1 \cdot 0.1 = 1.1e$	0

Nº	APELLIDO, NOMBRES	Cómis.	Carrera	Aula	Práct.	Teór.	TOTAL

El examen debe ser desarrollado con birome o tinta, salvo los gráficos, caso contrario no será corregido. Para recibir puntaje, TODAS las respuestas deben estar consignadas en el lugar correspondiente, y justificadas en hoja aparte. A los gráficos ponerles de título el ejercicio correspondiente.

Ejercicio 1. Graficar en Coordenadas Polares: $r = 3|\sin \phi|$, dando tabla de valores y escala usada (3 p)

Ejercicio 2. Calcular: $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{\sqrt{2x-4}-2}{-x^2+7x-12} \right) = \frac{0}{0}$ -1/2 (6 p)

Ejercicio 3. Hallar: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \cot g^2 x \right) =$ (4 p)

Ejercicio 4. Sea $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1} + \frac{1}{x}$. Hacer su estudio completo y graficar aparte (5p), dando:

Dominio (2p):	Asintotas (3p):	Extremos (2p):	Gráfico:
Interv. f creciente (1p):	Concavidad + (1p) en:	Imagen (2p):	
Int. f decreciente (1p):	Concavidad - (1p) en:		

Ejercicio 5. Dar la ecuación de la recta normal en (0,1) a la función implícita $e^y + \ln(x+y) = 1$ (7p)

$y = \frac{1}{2}x + 1$

Ejercicio 6. Aproximar $\cos 151^\circ$ usando diferencial (7p)

$\cos 151^\circ =$

$$\frac{1}{\sqrt{2x-4}} \cdot 2 = \frac{2}{2\sqrt{8-4}} = -\frac{1}{2}$$

KIT

PARTE TEORICA

B

1.- Sea un conjunto abierto. Entonces es VERDADERO: (8p)

- a) El conjunto no es acotado
- b) No tiene puntos aislados
- c) Todos sus puntos son de acumulación
- d) Sus puntos frontera no le pertenecen.

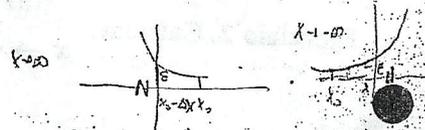
a y b	a y c	a, b y d	b y c	La respuesta correcta es:
-------	-------	----------	-------	---------------------------

2.- Defina límite en el infinito (dos casos) e interprete gráficamente, en hoja aparte. (10p)

Dado $y = f(x)$, $x_0 \in \mathbb{R}$, $x \in D_f$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$ si y sólo si dado en $\epsilon > 0$ se puede encontrar un $N(\epsilon) > 0$ / $|x| > N \Rightarrow 0 < |f(x) - L| < \epsilon$

3.- Se sabe que $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0^+$ \wedge $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0^-$. Entonces es VERDADERO: (8p)

- a) $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
- b) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$



- c) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ no es un número real.
- d) $f(x)$ y $g(x)$ son infinitésimos para $x \rightarrow x_0$

- e) $f(x)$ y $g(x)$ son infinitésimos del mismo orden en x_0

b y c	a y e	b y e	a y d	La respuesta correcta es:
-------	-------	-------	-------	---------------------------

4.- Si $f(x)$ es continua en $[a, b]$ \wedge $f(a) = f(b)$, entonces $\exists M$ (máximo) / $f(a) < M$

V F En caso de falsedad, explicar por qué: (8p)

5.- Defina derivadas laterales, indicando todos los símbolos usados (8p) (hoja aparte)

6.- Defina máximo relativo y absoluto. (8p)

MONTE

UNSa - FACULTAD DE INGENIERIA - ANALISIS MATEMATICO I
 RECUPERACION 2º PARCIAL - 1º CUATRIMESTRE - 03 de junio de 2006

B

Nº	APELLIDO, NOMBRES	Cómis.	Carrera	Aula	Práct.	Teór.	TOTAL
					27	34	61

El examen debe ser desarrollado con birame o tinta, salvo los gráficos, caso contrario no será corregido. Para recibir puntaje, TODAS las respuestas deben estar consignadas en el lugar correspondiente, y justificadas en hoja aparte. A los gráficos ponerles de título el ejercicio correspondiente.

Ejercicio 1. Graficar en Coordenadas Polares: $r = 3 + 2\text{sen } \phi$, dando tabla de valores y escala usada (8 p)

8

Ejercicio 2. Calcular: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{2x+1} \right)^x =$ (4 p)

Ejercicio 3. Indicar un x_0 para el que es infinitésimo $f(x) = \text{tg}^2 7x$, y dar su orden en ese punto.

En $x_0 =$ (2p)

Orden: (4p)

2

Ejercicio 4. Calcular: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\text{sen} x}{x^2} \right) =$ (4 p)

4

Ejercicio 5. Sea $f(x) = (6 - 2x)\sqrt{x}$. Hacer su estudio completo y graficar aparte (5p), dando: \checkmark

15

Dominio (1p): <input type="text"/>	Intersecciones con los ejes (2p): <input type="text"/>	Coord. De Extremos (4p): <input type="text"/>	Imagen (2p): <input type="text"/>	Gráfico: <input type="text"/>
---------------------------------------	---	--	--------------------------------------	----------------------------------

Interv. f creciente (1p): <input type="text"/>	Concavidad + (1p) en: <input type="text"/>	Puntos de inflexión (2p): <input type="text"/>
Int. f decreciente (1p): <input type="text"/>	Concavidad - (1p) en: <input type="text"/>	<input type="text"/>

Ejercicio 6. Un cubo de acero de 7 cm de arista se dilató por efecto del calor, y ahora su arista es de 7,02 cm. Calcular la variación aproximada del volumen, usando diferencial. (8p)

$\Delta V \approx$



ORIGINAL

Nº	APELLIDO, NOMBRES	Comis.	Carrera	Aula	Práct.	Teór.	TOTAL

El examen debe ser desarrollado con **birome** o tinta, salvo los gráficos, caso contrario no será corregido. Para recibir puntaje, **TODAS** las respuestas deben estar consignadas en el lugar correspondiente, y justificadas en hoja aparte. A los gráficos ponerles de título el ejercicio correspondiente.

Ejercicio 1. Graficar en Coordenadas Polares: $r = 3|\cos \phi|$, dando tabla de valores y escala usada (8 p)

Ejercicio 2. Calcular: $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{-x^2 - x + 12}{\sqrt{4x - 3} - 3} \right) =$ -2 1/2 (6 p)

Ejercicio 3. Hallar: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right) =$ 0 (4 p)

Handwritten notes:
 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - x \cos x}{x \sin x} \right)$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$

Ejercicio 4. Sea: $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3} + \frac{1}{x}$. Hacer su estudio completo y graficar aparte (5p), dando:

Dominio (2p):	Asintotas (3p):	Extremos (2p):	Gráfico:
Interv. f creciente (1p):	Concavidad + (1p) en:	Imagen (2p):	
Int. f decreciente (1p):	Concavidad - (1p) en:		

Ejercicio 5. Dar la ecuación de la recta tangente en (1,0) a la función implícita $\cos(x^2 y) + \sqrt{x+y} = 2$ (7p)

$y = -x + 1$

Ejercicio 6. Aproximar $\sin 136^\circ$ usando diferencial (7p)

$\sin 136^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\pi}{180}$

Handwritten notes:
 $\sin(135^\circ + 1^\circ) \approx \sin(135^\circ) + \cos(135^\circ) \cdot \frac{\pi}{180}$

PARTE TEORICA

C

- 1.- Sea un conjunto cerrado. Entonces es VERDADERO: (8p)
- e) El conjunto es acotado
 - f) Tiene supremo y mínimo
 - g) Todos sus puntos son de acumulación
 - h) Sus puntos frontera no le pertenecen.

a y c	c	a, b y c	b y c	La respuesta correcta es:
-------	---	----------	-------	---------------------------

2.- Defina límites laterales e interprete gráficamente, en hoja aparte. (10p)

3.- Se sabe que $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0^- \wedge \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0^+$. Entonces es VERDADERO: (8p)

- a) $\sim \exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
- b) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$
- c) $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ no es un número real.
- d) $f(x)$ y $g(x)$ no son infinitésimos para $x \rightarrow x_0$
- e) $f(x)$ y $g(x)$ son infinitésimos del mismo orden para $x \rightarrow x_0$

a y c	c	a, b y c	a y e	La respuesta correcta es:
-------	---	----------	-------	---------------------------

4.- Si $f(x)$ es continua en $[a, b] \wedge f(a) \cdot f(b) > 0$, entonces $\exists c \in (a, b) / f(c) > 0$
 En caso de falsedad, explicar por qué: (8p)

V F

5.- Defina derivadas laterales; indicando todos los símbolos usados (8p) (hoja aparte)

6.- Defina mínimo relativo y absoluto. (8p)

UNSa – FACULTAD DE INGENIERÍA – ANÁLISIS MATEMÁTICO I
RECUPERACION 2º PARCIAL - 1º CUATRIMESTRE - 03 de junio de 2006

C

Nº	APELLIDO, NOMBRES	Comís.	Carrera	Aula	Práct.	Teór.	TOTAL

El examen debe ser desarrollado con birome o tinta, salvo los gráficos, caso contrario no será corregido. Para recibir puntaje, TODAS las respuestas deben estar consignadas en el lugar correspondiente, y justificadas en hoja aparte. A los gráficos ponerles de título el ejercicio correspondiente.

Ejercicio 1. Graficar en Coordenadas Polares: $r = \cos \varphi + 2$, dando tabla de valores y escala usada (8 p)

Ejercicio 2. Calcular: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+2} \right)^x =$ (4 p)

Ejercicio 3. Indicar un x_0 para el que es infinitésimo $f(x) = x \cdot \text{sen} 2x$, y dar su orden en ese punto.

En $x_0 =$ (2p)

Orden: (4p)

Ejercicio 4. Calcular: $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\text{cosec}(1/x)} =$ (4 p)

Ejercicio 5. Sea $f(x) = (x-1)\sqrt{x}$. Hacer su estudio completo y graficar aparte (5p), dando:

Domínio (1p):	Intersecciones con los ejes (2p):	Coord. De Extremos (4p):	Imagen (2p):	Gráfico:
---------------	-----------------------------------	--------------------------	--------------	----------

Interv. f creciente (1p):	Concavidad + (1p) en:	Puntos de inflexión (2p):
Int. f decreciente (1p):	Concavidad - (1p) en:	

Ejercicio 6. Una pelota se dilata por efecto del calor, y su diámetro aumenta de 18 cm a 18.02 cm. Calcular aproximadamente su variación de volumen, usando diferencial. (8p)

$\Delta V \cong$



ORIGINAL

D

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA-FAC. DE INGENIERÍA-ANÁLISIS MATEMÁTICO I
RECUPERACIÓN DEL 2º PARCIAL (2/6/07)

Nº.	APELLIDO Y NOMBRE...	Comis.	Carrera	Aula	Práct.	Teór	TOTAL
.....							

El examen debe ser desarrollado con birome o tinta, salvo los gráficos, caso contrario no será corregido. Para recibir puntaje, Todas las respuestas deben estar consignadas en el lugar correspondiente y justificadas en hoja aparte. Durante el examen está prohibido el uso de celulares, calculadoras o tablas.

Ej.1. -(5p) Calcular : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^x - 1}{2^x + 1} =$

Ej.2.- (6p) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} [\text{Cot}(x)]^{g(\pi x/2)} =$

Ej3.- Siendo $f(x) = x^2(x^2 - 16)^{-1/2}$,
 a) Encontrar y clasificar las discontinuidades. (2p)
 b) Determinar sus asíntotas. (5p)

Ej.4.- Siendo $f(x) = x^2(x^2 - 1)^{-1/2}$, determinar : (respuestas en casillas y justificación en hoja aparte)

a) Dominio :(1p)	b) Intersec. con ejes (2p)	c) Coords. de Extremos (4p)	d) Interv. Crec. (1p)
e) Interv. Décrec. (1p)	f) Concav. (+) (1p)	g) Concav. (-) (1p)	h) Puntos de Inflexión (2p)

i) Gráfico en base al análisis anterior (dar la tabla de valores) (5p) | j) Dar la imagen (2p)
 (Hoja aparte)

Ej.5.- Usando diferenciales, calcular $\text{Sen}(224^\circ)$ (6p)

Ej 6.- Derivar: $y = \frac{2^{\text{Cos}(3x)} - \text{Cos}^3(3x)}{[\text{Cos}(x)]^{\text{Sen}(x)}} + \text{arcCos}(x)$ (6p)

D

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA-FAC. DE INGENIERÍA-ANÁLISIS MATEMÁTICO I
RECUPERACIÓN DEL 2º PARCIAL (2/6/07)

Nº.	APELLIDO Y NOMBRE...	Comis.	Carrera	Aula	Práct.	Teór	TOTAL
.....							

El examen debe ser desarrollado con birome o tinta, salvo los gráficos, caso contrario no será corregido. Para recibir puntaje, Todas las respuestas deben estar consignadas en el lugar correspondiente y justificadas en hoja aparte. Durante el examen está prohibido el uso de celulares, calculadoras o tablas.

Ej.1 .-(5p) Calcular : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^x - 1}{2^x + 1} =$

Ej.2.- (6p) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} [\text{Cot}(x)]^{\text{tg}(\pi x/2)} =$

Ej3.- Siendo $f(x) = x^2(x^2 - 16)^{-1/2}$,
 a) Encontrar y clasificar las discontinuidades . (2p)

b) Determinar sus asíntotas . (5p)

Ej.4.- Siendo $f(x) = x^2(x^2 - 1)^{-1/2}$, determinar : (respuestas en casillas y justificación en hoja aparte)

a) Dominio .:(1p)	b) Intersec.con ejes (2p)	c) Coords.de Extremos (4p)	d) IntervCrec.(1p)
e) Interv.Decrec.(1p)	f) Concav.(+) (1p)	g) Concav.(-) (1p)	h) Puntos de Inflexión (2p)

i) Gráfico en base al análisis anterior (dar la tabla de valores) (5p) | j) Dar la imagen (2p)
 (Hoja aparte)

Ej.5.-Usando diferenciales, calcular $\text{Sen}(224^\circ)$ (6p)

Ej 6.- Derivar: $y = \frac{[2^{\text{Cos}(3x)} - \text{Cos}^3(3x)]}{[\text{Cos}(x)]^{\text{Sen}(x)}} + \text{arcCos}(x)$ (6p)



U.N.Sa. – Facultad de Ingeniería – ANÁLISIS MATEMÁTICO I
RECUPERACIÓN 2do PARCIAL – 2º CUATRIMESTRE 2008 – 08/11/08

Nota

Apellido y Nombre	L.U.	Carrera	Comisión	Anf.	Nº Orden

Para resolver el siguiente parcial dispone de 3 (tres) horas. No puede usar apuntes. Para aprobar debe obtener el 40% del puntaje en cada bloque. No está permitido el uso de lápiz, excepto para trazar gráficos. **Todas las respuestas deben estar justificadas.**

Bloque 1 (se aprueba con un mínimo de 12 puntos)

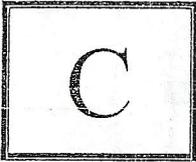
1) Grafique la función $r = 1 - \text{sen}(\phi)$ (en coordenadas polares)	4p	
2) a) Defina simbólicamente: Entorno reducido de radio δ del punto x_1 .	3p	
b) Deduzca, sin aplicar L'Hôpital, el valor del límite notable $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x}$	7p	
3) Indique si el dominio de la función $y = x \cdot \sqrt{4 - x^2}$ es un conjunto acotado. Justifique	4p	
4) Indique si la función $y = \sqrt{x^2 - 1}$ tiene asíntotas. En caso afirmativo, indique la/s ecuación/es de la/s misma/s.	5p	
5) a) Defina simbólicamente discontinuidad esencial de primera especie de $h(x)$ en $x=x_2$.	5p	
b) La función f es discontinua en $x=a$. Clasifique la discontinuidad sabiendo que: $\exists f(a), \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -c$ y $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -c$, con $c \in \mathbb{R}$	2p	

Bloque 2 (se aprueba con un mínimo de 12 puntos)

9) Calcule, por definición, la derivada de la función $f(x) = \ln(x)$	5p	
Usando diferenciales, calcule en forma aproximada $\sqrt{15,9}$	15p	
Enuncie y demuestre el Teorema del Valor Medio Generalizado (Cauchy)	2p	
Indique porqué no es necesario aclarar en la hipótesis que $g(a) \neq g(b)$	3p	
Usando la regla de L'Hôpital calcule: $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{1/x^2}$	5p	
b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x \cdot \ln(x)}{x^2 + 1} \right)$	5p	
10) Calcule la ecuación de la recta tangente a la función $-x \cdot y + \sqrt{x+y} = 1$ en el punto $(0, 1)$	5p	

Bloque 3 (se aprueba con un mínimo de 16 puntos)

11) Realice el estudio de la función $f(x) = x \cdot \sqrt{4 - x^2}$, sabiendo que la función no presenta discontinuidades ni asíntotas. Justifique y grafique en hoja aparte.	18p	
12) Resuelva el siguiente problema de extremos ¿Cuál es el punto de la función $f(x) = \sqrt{x}$ más próximo al punto $(2, 0)$?	12p	
13) Enuncie y demuestre un teorema que relacione signo de la derivada primera con el carácter decreciente de una función en un intervalo	10p	



Apellido y Nombre	L.U.	Carrera	Comisión	Anf.	Nº Orden

Para resolver el siguiente parcial dispone de 3 (tres) horas. No puede usar apuntes. Para aprobar debe obtener el 40% del puntaje en cada bloque. No está permitido el uso de lápiz, excepto para trazar gráficos. **Todas las respuestas deben estar justificadas.**

Bloque 1 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

1) Indique el conjunto de puntos frontera del dominio de la función $f(x) = \sec(x)$. Esos puntos, ¿son también puntos de acumulación? Justifique	4p	
2) Sea la función $r(\theta) = \operatorname{sen}\theta $ en coordenadas polares. Indique qué simetría/s presenta y grafique la función.	6p	
3) Defina simbólicamente continuidad de una función en un intervalo cerrado $[a, b]$.	6p	
4) Calcule, en caso de que exista, y sin aplicar la regla de L'Hôpital: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3}\right)^x$	4p	
5) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{x^2 - k^2}{x^3 - 8} & \text{si } x < 1 \end{cases}$, determine		
a) Valor/es de k para que la función sea continua en \mathbb{R} .	5p	
b) Ecuaciones de la asíntota oblicua y la asíntota horizontal	8p	

Bloque 2 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

4) Calcule aplicando la regla de L'Hôpital: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3}\right)^x =$	8p	
7) Indique las coordenadas de/l punto/s de la curva de la ecuación $x^2 + y^2 = 5$ donde la recta tangente es paralela a la recta de ecuación $y = 2x + 1$	8p	
8) Demuestre: " Si $f(x)$ y $g(x)$ son derivables en cierto $E_\delta^+(a)$, y $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$, entonces es $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)}{g(x)} = L$ "	11p	
9) Defina diferencial de una función en un punto y realice la interpretación geométrica correspondiente	6p	

Bloque 3 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

10) Realice el estudio completo, incluyendo la gráfica, de la función $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}$. Debe indicar dominio, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen. Datos: $f'(x) = \frac{-4(x^2 - 4)}{(x^2 + 4)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2 - 12)}{(x^2 + 4)^3}$	10p	
11) Un jardinero desea construir un jardín en forma de sector circular, de perímetro igual a 30m. ¿Cuáles serán las dimensiones del jardín de mayor área posible? (realice solamente el planteo del problema, indicando la función de una variable a optimizar).	8p	
12) Demuestre "Si $h(x)$ es decreciente en (a, b) y $h(x)$ es derivable en (a, b) entonces $h'(x)$ es no positiva en (a, b) ".	10p	
13) ¿Verdadero o Falso? "Sean $x_1 < x_2$, $f(x_1) < f(x_2)$ y $f \in C^1_{[x_1, x_2]}$. Entonces $f(x)$ es creciente en $[x_1, x_2]$ ". Justifique.	6p	



2^{do} PARCIAL - 2^{do} Cuatrimestre 2009 - 31/10/09

Apellido y Nombre	D.N.I.	Carrera	Com.	Aula	N° Lista
[Redacted]	[Redacted]	[Redacted]	[Redacted]	[Redacted]	[Redacted]

Para resolver el presente parcial dispone de 3 (tres) horas. No puede usar apuntes. Para aprobar debe obtener, en cada bloque al menos 13 puntos y un puntaje total mínimo de 40 puntos. No está permitido el uso de lápiz, excepto para trazar gráficos. Todas las respuestas deben estar justificadas.

Bloque 1 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos) 14

1) Grafique $r(\theta) = 4 \cos(\theta) $ (en coordenadas polares).	6p	5
2) a) Indique justificando, si un punto de acumulación de un conjunto puede ser punto frontera del mismo.	3p	0
b) Indique si 0 es punto interior del conjunto $B = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x^2-1}{ x+2 } > 0 \right\}$. Justifique.	4p	4
3) Sin aplicar la regla de L'Hôpital, calcule: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2+x} - \frac{1}{2-x} = \frac{1}{\sin(x)}$	5p	5
4) Sea f una función con asíntota oblicua de ecuación $y = mx + n$ cuando $x \rightarrow \infty$. Deduzca las expresiones para calcular m y n .	8p	0
5) Indique el/los valor/es de a para que la función $f(x) = \begin{cases} x + \frac{a}{4} & \text{si } x \geq 0 \\ x + 2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ tenga una discontinuidad evitable.	7p	6

Bloque 2 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos) 10

6) Deduzca la fórmula para calcular la derivada del cociente de dos funciones derivables.	6p	0
7) Determine la ecuación de la recta tangente a $x \cdot y^2 + \ln(\sqrt{x+y}) = -4$ en el punto $(-1, 2)$	6p	0
8) Enuncie y demuestre el teorema de Lagrange (T.V.M.).	10p	0
9) Usando diferenciales, calcule en forma aproximada $\sqrt[3]{8.9}$	6p	0
10) Usando la definición, obtenga la derivada de: $f(x) = \ln(x)$	5p	4

Bloque 3 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos) 10

11) Realice el estudio completo de la función $f(x) = \frac{4x}{e^x}$ (Datos: $f'(x) = \frac{4-4x}{e^x}$ y $f''(x) = \frac{-8+4x}{e^x}$). Justifique y grafique en hoja aparte.	15p	10
12) Plantee la función, de una variable, a optimizar para resolver el siguiente problema. Se desea construir un recipiente de forma cilíndrica (con tapa), para contener un volumen V de líquido, con el menor costo posible, siendo el costo unitario del material de la tapa y base el doble que el del material de la superficie lateral.	9p	0
13) Demuestre: "Sea f una función continua en el intervalo $[a, b]$ y derivable en el intervalo (a, b) . Si $f'(x) < 0 \forall x \in (a, b)$, entonces f es decreciente en $[a, b]$ ".	10p	0



Nº Lista	Apellido, Nombres	L.U.	Carrera	Comisión

Para resolver el presente parcial dispone de 3 (tres) horas. No puede usar apuntes. Para aprobar debe obtener el 40% del puntaje en cada bloque. No está permitido el uso de lápiz, excepto para gráficos. Todas las respuestas deben estar justificadas.

Bloque 1 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

1) Indique el conjunto de puntos frontera del dominio de la función $f(x) = \sec(x)$. Esos puntos, ¿son también de acumulación? Justifique.	4p	
2) Sea la función $r(\theta) = \sen(x) $ en coordenadas polares. Indique qué simetría/s presenta, y grafique la función.	6p	
3) Defina simbólicamente continuidad de una función en un intervalo cerrado $[a, b]$.	6p	
4) Calcule, en caso de que exista, y sin aplicar la regla de L'Hôpital: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^x =$	4p	
5) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} & \text{si } x \geq 1 \\ x^2 - k^2 & \text{si } x < 1 \\ x^3 - 8 & \text{si } x < 1 \end{cases}$, determine:		
a) Valor/es de k para que la función sea continua en \mathbb{R} .	5p	
b) Ecuaciones de la asíntota oblicua y de la asíntota horizontal.	8p	

Bloque 2 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

6) Calcule, aplicando L'Hôpital: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^x =$	8p	
7) Indique las coordenadas de/l punto/s de la curva de ecuación $x^2 + y^2 = 5$ donde la recta tangente es paralela a la recta de ecuación $y = 2x + 1$.	8p	
8) Demuestre: "Si $f(x)$ y $g(x)$ son derivables en cierto $E_s^+(a)$, y $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$, entonces es $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)}{g(x)} = L$ ".	11p	
9) Defina diferencial de una función en un punto y realice la representación geométrica correspondiente.	6p	

Bloque 3 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

10) Realice el estudio completo, incluyendo la gráfica, de la función $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}$. Debe indicar dominio, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen. Datos: $f'(x) = \frac{-4(x^2 - 4)}{(x^2 + 4)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2 - 12)}{(x^2 + 4)^3}$.	10p	
11) Un jardinero desea construir un jardín en forma de sector circular, de perímetro igual a 30m. ¿Cuáles serán las dimensiones del jardín de mayor área posible? (realice solamente el planteo del problema, indicando la función de una variable a optimizar).	8p	
12) Demuestre: "Si $h(x)$ es decreciente en (a, b) , y $h(x)$ es derivable en (a, b) , entonces $h'(x)$ es no positiva en (a, b) ".	10p	
13) ¿Verdadero o Falso? "Sean $x_1 < x_2$, $f(x_1) < f(x_2)$ y $f \in C^1_{[x_1, x_2]}$. Entonces $f(x)$ es creciente en $[x_1, x_2]$ ". Justifique.	6p	



N° Lista	Apellido, Nombres	L.U.	Carrera	Comisión

Para resolver el presente parcial dispone de 3 (tres) horas. No puede usar apuntes. Para aprobar debe obtener el 40% del puntaje en cada bloque. No está permitido el uso de lápiz, excepto para gráficos. Todas las respuestas deben estar justificadas.

Bloque 1 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

1) Indique el conjunto de puntos frontera del dominio de la función $f(x) = \operatorname{cosec}(x)$. Esos puntos, ¿serán también de acumulación? Justifique.	4p	
2) Sea la función $r(\theta) = \cos(x) $ en coordenadas polares. Indique qué simetría/s presenta, y grafique la función.	6p	
3) Defina simbólicamente continuidad de una función en un intervalo cerrado $[a, b]$.	6p	
4) Calcule, en caso de que exista, y sin aplicar la regla de L'Hôpital: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+5} \right)^x =$	4p	
5) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 4} & \text{si } x \geq 2 \\ x^2 - k^2 & \text{si } x < 2 \\ x^3 - 27 & \end{cases}$, determine:		
a) Valor/es de k para que la función sea continua en \mathbb{R} .	5p	
b) Ecuaciones de la asíntota oblicua y de la asíntota horizontal.	8p	

Bloque 2 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

6) Calcule, aplicando L'Hôpital: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-3} \right)^x =$	8p	
7) Indique las coordenadas de 1 punto/s de la curva de ecuación $x^2 + y^2 = 10$ donde la recta tangente es paralela a la recta de ecuación $y = 3x - 1$.	8p	
8) Demuestre: "Si $f(x)$ y $g(x)$ son derivables en cierto $E_s^*(a)$, y $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$, entonces es $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = L$ ".	11p	
9) Defina diferencial de una función en un punto y realice $\frac{dy}{dx}$ con geometría correspondiente.	6p	

Bloque 3 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

10) Realice el estudio completo, incluyendo la gráfica, de la función $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}$. Debe indicar dominio, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen. Datos: $f'(x) = \frac{-4(x^2 - 4)}{(x^2 + 4)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2 - 12)}{(x^2 + 4)^3}$.	10p	
11) Un jardinero desea construir un jardín en forma de sector circular, de perímetro igual a 40m. ¿Cuáles serán las dimensiones del jardín de mayor área posible? (realice solamente el planteo del problema, indicando la función de una variable a optimizar).	8p	
12) Demuestre: "Si $h(x)$ es creciente en (a, b) , y $h(x)$ es derivable en (a, b) , entonces $h'(x)$ es no negativa en (a, b) ".	10p	
13) ¿Verdadero o Falso? "Sean $x_1 < x_2$, $f(x_1) > f(x_2)$ y $f \in C^1_{[x_1, x_2]}$. Entonces $f(x)$ es decreciente en $[x_1, x_2]$ ". Justifique.	6p	

- 13) Realice el estudio completo de la función $y = \frac{x^2}{x-1}$ (Datos: la función no es impar ni par, $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$, $f''(x) = \frac{2}{(x-1)^3}$). Debe indicar dominio, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen. Justifique y grafique en hoja aparte.
- 14) Realice el estudio completo, incluyendo la gráfica, de la función $f(x) = \frac{4x^2}{x+4}$. Debe indicar dominio, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen. Datos: $f'(x) = \frac{4(x^2 + 8x)}{(x+4)^2}$, $f''(x) = \frac{128}{(x+4)^3}$.
- 15) Realice el estudio completo de la función $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x}$. Justifique y grafique en hoja aparte.
- 16) Sea $f(x) = x^n$, con $n \in \mathbb{N}$, indique los valores de n para que la función tenga un punto de inflexión en $x = 0$.
- 17) Realice el estudio de la función $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$, sabiendo que la función no presenta discontinuidades ni asíntotas. Justifique y grafique en hoja aparte.

Teoría

- 1) Indique si las siguientes expresiones son Verdaderas o Falsas. Justifique en hoja aparte.
- a) $x_1, x_2 \in [a, b], f(x_1) \geq f(x_2) \quad \forall x_1 < x_2 \Rightarrow (a, f(a))$ es mínimo absoluto.
- b) $x_1, x_2 \in [a, b], f(x_1) \leq f(x_2) \quad \forall x_1 < x_2 \Rightarrow (a, f(a))$ es máximo absoluto.
- 2) Complete y demuestre:
- a) “Si la función f es creciente y derivable en D_f , entonces $\forall x \in D_f, f'(x) \dots\dots\dots$ ”
- b) “Si la función f es decreciente y derivable en D_f , entonces $\forall x \in D_f, f'(x) \dots\dots\dots$ ”
- 3) Demuestre: “Sea f una función definida en (a, b) , y $x_0 \in (a, b)$. Si $f(x_0)$ es un máximo relativo de la función y existe la derivada de f en x_0 , entonces $f'(x_0) = 0$.”
- 4) Sea $f(x)$ una función continua en \mathbb{R} . Demostrar: $\forall x \in (a, b), f'(x) < 0 \Rightarrow f$ es decreciente en $[a, b]$.

- 5) Indique si la proposición es verdadera o falsa (justifique): “Si $c \in D_f$, y además $f'(c) = 0$ y $f''(c) = 0$, entonces la función f presenta un extremo relativo en $x = c$ ”
- 6) Indique si la proposición es verdadera o falsa (justifique): “Si $c \in D_f$, y además $f'(c) = 0$ y $f''(c) = 0$, entonces la función f presenta un punto de inflexión en $x = c$ ”
- 7) Describa el criterio de la derivada segunda para determinar extremos relativos
- 8) Demuestre: “Sea f una función continua en el intervalo $[a, b]$ y derivable en el intervalo (a, b) . Si $f'(x) < 0 \quad \forall x \in (a, b)$, entonces f es decreciente en $[a, b]$ ”.
- 9) Demuestre: “Sea f una función continua en el intervalo $[a, b]$ y derivable en el intervalo abierto (a, b) . Si $f'(x) > 0$ para todo x del intervalo, entonces f es creciente en $[a, b]$ ”
- 10) Enuncie un teorema que relaciona la existencia de un punto de inflexión con el valor de la derivada segunda de la función en el punto.
- 11) Demuestre un teorema que relacione el signo de la derivada primera con el carácter creciente de una función en un intervalo.
- 12) Demuestre: “Si $g(x)$ es creciente en (a, b) , y $g(x)$ es derivable en (a, b) , entonces $g'(x)$ es no negativa en (a, b) ”.
- 13) ¿Verdadero o Falso? “Sean $x_1 < x_2$, $f(x_1) < f(x_2)$ y $f \in C^1_{[x_1, x_2]}$. Entonces $f(x)$ es creciente en $[x_1, x_2]$ ”. Justifique.
- 14) Indique cómo relaciona el valor de la derivada segunda de una función en un punto con la existencia de extremo relativo en él.
- 15) Demuestre: “Si $h'(x) > 0$ en (a, b) , entonces $h(x)$ es creciente en (a, b) ”.
- 16) Demuestre: “Si $h'(x) < 0$ en (a, b) , entonces $h(x)$ es decreciente en (a, b) ”.

Ejercicios propuestos para el 2do Parcial
Tema Estudio de Funciones

Práctica

$f(x) = e^{-x} + x^2 e^{-x}$
 $e^{-x} + (1+x^2)$

1) Para la función $f(x) = x \cdot e^{-x}$, indique:

Intervalo Crecimiento	
Intervalo Decrecimiento	
Extremos relativos	

Intervalo Concavidad Positiva	
Intervalo Concavidad Negativa	
Puntos de inflexión	

2) Para la función $f(x) = x \cdot e^{2x}$, indique:

Intervalo Crecimiento	
Intervalo Decrecimiento	
Extremos relativos	

Intervalo Concavidad Positiva	
Intervalo Concavidad Negativa	
Puntos de inflexión	

3) Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} + \frac{4}{x}$, responda cada pregunta en el lugar indicado.

Justifique y grafique en hoja aparte.

a) Discontinuidades		b) Intervalo de crecimiento	
c) Intervalo de decrecimiento		d) Intervalo de concavidad positiva	
e) Coordenadas de puntos extremos		f) Intervalo de concavidad negativa	
h) Ecuaciones de rectas asíntotas	A.V.	g) Coordenadas de puntos de inflexión	
	A.H.	i) Gráfica en hoja aparte	
	A.O.		

4) Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2} + \frac{4}{x}$, responda cada pregunta en el lugar indicado.

Justifique y grafique en hoja aparte.

a) Discontinuidades		b) Intervalo de crecimiento	
c) Intervalo de decrecimiento		d) Intervalo de concavidad positiva	
e) Coordenadas de puntos extremos		f) Intervalo de concavidad negativa	
h) Ecuaciones de rectas asíntotas	A.V.	g) Coordenadas de puntos de inflexión	

	A.H.	i) Gráfica en hoja aparte
	A.O.	

- 5) Realice el estudio completo de la función $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$. Justifique y grafique en hoja aparte. Debe indicar dominio de la función, paridad, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento, de decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen.
- 6) Realice el estudio completo de la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$. Justifique y grafique en hoja aparte. Debe indicar dominio de la función, paridad, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento, de decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen.
- 7) Realice el estudio completo de la función $f(x) = \frac{x}{e^x}$ (Datos: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$). Debe indicar paridad, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen. Justifique y grafique en hoja aparte.
- 8) Realice el estudio completo de la función $y = e^{-x^2}$ (Datos: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^+$). Debe indicar paridad, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen. Justifique y grafique en hoja aparte.
- 9) Realice el estudio completo de la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ (Dato: $x = 4$ es un cero simple de la función). Justifique y grafique en hoja aparte. Debe indicar dominio de la función, paridad, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento, de decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen.
- 10) Realice el estudio completo de la función $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$ (Dato: $f'(x) = 1 - \frac{2}{(x+1)^2}$). Justifique y grafique en hoja aparte.
- 11) Realice el estudio completo, incluyendo la gráfica, de la función $y = \frac{x^3}{x^2 + x}$.
 Datos: la función no es par ni impar, $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$ y $f''(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$.
- 12) Realice el estudio completo, incluyendo la gráfica, de la función $y = \frac{x^2}{x-2}$.
 Datos: la función no es par ni impar, $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-2)^2}$, $f''(x) = \frac{8}{(x-2)^3}$.



N° Orden	Apellido y Nombres	L.U.	Carrera	Comisión	Anf.

Para resolver el presente parcial dispone de 150 minutos. No puede usar apuntes. Para aprobar debe obtener el 40% del puntaje en cada bloque. No está permitido el uso de lápiz, excepto para trazar gráficos.

Bloque 1 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

1) Calcule los siguientes límites (No aplique la Regla de L'Hôpital). **Justifique.**

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(x+1)^3}{2x} \right) =$ 5p

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3^x - 1}{5^x - 3} \right) =$ 4p

c) Sea $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x > 0 \\ \frac{x^2 - 1}{x + 1} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$
 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$ 4p

2) Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{kx^3}{x + 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$. En cada inciso, marque la respuesta correcta.

a) f es discontinua en $x = 0$ $\forall k \in \mathbb{R}, f$ es continua en $x = 0$ $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ f presenta discontinuidades esenciales 5p

b) $\exists A.H.$ $y = kx - k$ es asíntota de f $\exists A.V.$ $\exists A.O.$ 5p

3) Sean f y g funciones continuas en $[a, b]$, con $x_0 \in (a, b)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L_1$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = L_2$ y $k, L_1, L_2 \in \mathbb{R}$. En cada inciso, marque la respuesta correcta.

a) $L_1 = L_2 \Rightarrow f(x_0) = g(x_0)$ $\forall M > 0, \exists \delta > 0 / x \in E_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) > M$ Si $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) > 0$, entonces $\exists c \in (a, b) / f(c) = 0$ Ninguna de las anteriores 5p

b) $\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{L_1}{L_2}$ $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = L_1 L_2$ $\lim_{x \rightarrow x_0} (kf(x) - g(x)) = k(L_1 - L_2)$ Ninguna de las anteriores 5p

Bloque 2 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

4) Obtenga la derivada de $f(x) = \sqrt{\frac{\cos x}{x^3 + 2}}$

7p

5) Indique si la siguiente proposición es verdadera o falsa (justifique): "Sea f una función continua en el intervalo $[a, b]$ y derivable en (a, b) . Si $\forall x \in (a, b), f'(x) \neq 0$, entonces $f(a) \neq f(b)$."

8p

$$y' = \frac{1}{x^2} y + xy' + \frac{1+y'}{xy}$$

6) a) La recta tangente a la curva $y = -\frac{xy}{2} + \ln(x+y)$ por el punto en el punto $(1, 0)$ es:

$y = 2$	$y = 2x - 2$	$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$	$y = -\frac{1}{2}$
---------	--------------	-----------------------------------	--------------------

4p

b) Si $f(x) = \frac{\ln(\operatorname{tg}(2x))}{\ln(\operatorname{tg}(3x))}$, entonces:

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{2}{3}$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$
---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

4p

7) Sea f una función tal que $D_f = [a, b]$. En cada inciso, marque la respuesta correcta.

a)	$\forall x \in (a, b), \exists f'(x)$	Si $\forall x \in (a, b), \exists f'(x)$, entonces $f \in C^0_{[a,b]}$	Si $\forall x \in (a, b), \exists f'(x)$ entonces $f \in C^0_{(a,b)}$	Ninguna de las anteriores	5p
b)	Si $\forall x \in (a, b), \exists f'(x)$ y $f \in C^0_{[a,b]}$, entonces $\exists c \in (a, b) / f'(c) = \frac{f(a) - f(b)}{a - b}$	Si $\forall x \in (a, b), \exists f'(x)$ y $f \in C^0_{[a,b]}$, entonces $\exists c \in (a, b) / f'(c) = 0$	Si $f'(a) = f'(b) = 0$, entonces $f(x) = k$	Ninguna de las anteriores	5p

Bloque 3 (se aprueba con un mínimo de 13 puntos)

- 8) Complete y demuestre: "Si $f \in C^0_{[a,b]}$ y $\forall x \in (a,b), f'(x) \dots\dots\dots$, entonces la función f es creciente en $[a,b]$ ".

15p

- 9) Realice el estudio completo de la función $f(x) = \arccos x$. Debe analizar continuidad, e indicar la/s intersección/es con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad positiva y de concavidad negativa, extremos, puntos de inflexión e imagen. Justifique y grafique.

Datos $D_f = [-1,1]$ $f \in C^0_{[-1,1]}$ $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ $f''(x) = \frac{-x}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$

19p