CIU 2015 – EXAMEN FINAL 12 Marzo de 2015

1. Dado la siguiente expresión algebraica, reducirla a su mínima expresión:

$$\frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{x}{ab}\right)(a+b+c)}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}-\frac{x^2}{a^2b^2}}$$

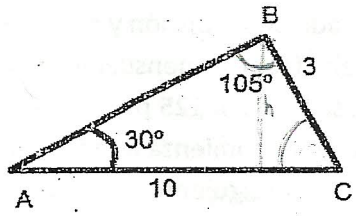
2. Determinar la descomposición factorial en R de los siguientes polinomios:

$$P(x) = 6x^5 - 13x^4 - 15x^3 + 5x^2 - 21x + 18$$

3. Hallar todos los ceros de $P(x) = 8x^3 - 60x^2 + 150x - 125$ sabiendo que tiene un cero triple

4. a) Calcule los lados de un triángulo rectángulo isósceles sabiendo que su perímetro es de 12 cm.

   b) Calcule el área del triángulo dado



5. Indique el conjunto solución:

   a) $2^{2x} + 2^x - 2 = 0$

   b) $\log_3{}^2 x + \log_3 x - 2 = 0$

   c) $5 - |x+1| \geq 0$

6. Dada la función $\log_2(3x+1) + 1$, indique el dominio y obtenga las intersecciones con los ejes

7. Sea la función $f(x) = 2sen\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$ Indique la imagen, obtenga analíticamentelas intersecciones con los ejes y grafique. Trabaje en el intervalo $[0, 2\pi]$

8. Si un objeto cae desde una altura de k metros, su altura sobre la tierra después de t segundos está dada por $h(t) = -16t^2 + k$ metros. Si el objeto se tira desde una altitud de 150 metros. ¿Cuál será la altura del objeto después de :

   a) ¿t segundos? b)¿1 segundo? c)¿2 segundos?

9. Encuentre la ecuación de la recta que pase por el punto P=(-1,5) tal que

   a) es perpendicular a la recta r de ecuación 2x-3y+5=0

   la recta que pasa por el mismo punto P pero que es paralela a la rectar del inciso anterior.

10. Si existe halla las coordenadas del punto que está a la misma distancia de los puntos A=(-1,-4), B=(7,2) y C=(0,3). En caso afirmativo, ¿cuál es esa distancia?

CIU 2015 - EVALUACIÓN 4 Tema A 27 Febrero de 2015

1. Resolver completando cuadrados y luego expresar las ecuaciones en su forma factorizada:

$$2x^2 + 4x - 16 = 0$$

2. Determinar el conjunto solución de las siguientes inecuaciones:

a) $3x^2 + x - \frac{2}{3} \geq 2x^2 - \frac{2}{3}x$

b) $(x - \sqrt{2})^2 \leq 0$

3. Dada la siguiente función: $y = -(x-2)^2 + \sqrt{2}$

a) Determinar el dominio de la función
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento
c) Intersección con los ejes
d) Coordenadas del vértice
e) Imagen de la función
f) Graficar la función

4. Los ingresos mensuales de un fabricante de zapatos están dados por la función $F(z)=1000z-z^2$, donde z es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes.
a) Realicen el gráfico aproximado de la función y respondan.
b) ¿Qué cantidad de pares debe fabricar mensualmente para obtener el mayor ingreso?
c) ¿Cuáles son los ingresos si se fabrican 125 pares de zapatos? ¿y 375 pares?
¿ A partir de qué cantidad de pares comienza a tener pérdidas?

5. Resolver analítica y gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} 2x^2 - y = 2 \\ y + 1 = x \end{cases}$$

CIU 2015 - EVALUACIÓN 4 Tema A 27 Febrero de 2015

1. Resolver completando cuadrados y luego expresar las ecuaciones en su forma factorizada:

$$2x^2 + 4x = 6$$

2. Determinar el conjunto solución de las siguientes inecuaciones:

a) $3x^2 + x - \frac{2}{3} \leq 2x^2 - \frac{2}{3}x$

b) $(2 - x)^2 \leq 0$

3. Dada la siguiente función: $y = -(x-2)^2 + 1$

a) Determinar el dominio de la función
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento
c) Intersección con los ejes
d) Coordenadas del vértice
e) Imagen de la función
f) Graficar la función

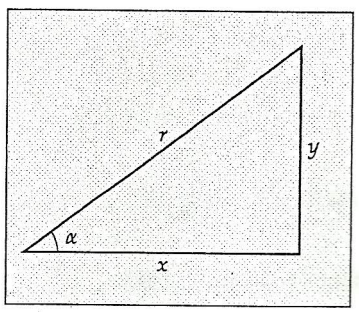
4. Resolver analítica y gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} -2x^2 + 1 = y \\ y + x = 0 \end{cases}$$

5. Los ingresos mensuales de un fabricante de zapatos están dados por la función $F(z)=1000z-z^2$, donde z es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes.
a) Realicen el gráfico aproximado de la función y respondan.
b) ¿Qué cantidad de pares debe fabricar mensualmente para obtener el mayor ingreso?
c) ¿Cuáles son los ingresos si se fabrican 125 pares de zapatos? ¿y 375 pares?
¿ A partir de qué cantidad de pares comienza a tener pérdidas?

$(1+x)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(1-x)^4}$

Formulario de Trigonometría



Definiciones Básicas

Funciones principales

- ✓ $\sin\alpha = \frac{y}{r}$
- ✓ $\cos\alpha = \frac{x}{r}$
- ✓ $\tan\alpha = \frac{y}{x}$

Funciones recíprocas

- ✓ $\csc\alpha = \frac{r}{y}$
- ✓ $\sec\alpha = \frac{x}{r}$
- ✓ $\cot\alpha = \frac{x}{y}$

Identidades recíprocas.

1) $\sin\alpha = \dfrac{1}{\csc\alpha}$
2) $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sec\alpha}$
3) $\tan\alpha = \dfrac{1}{\cot\alpha}$
4) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
5) $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

Propiedades de las funciones trigonométricas.

1) $\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$
2) $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$
3) $\tan\alpha = \cot(90° - \alpha)$
4) $\cot\alpha = \tan(90° - \alpha)$
5) $\csc\alpha = \sec(90° - \alpha)$
6) $\sec\alpha = \csc(90° - \alpha)$

Identidades trigonométricas pitagóricas.

1) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2) $\sec^2\alpha = 1 + \tan^2\alpha$
3) $\csc^2\alpha = 1 + \cot^2\alpha$

Identidades de suma y diferencia de ángulos.

1) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$
2) $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
3) $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$
4) $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\beta\sin\alpha$
5) $\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$
6) $\tan(\alpha-\beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$
7) $\cot(\alpha+\beta) = \dfrac{\cot\alpha\cot\beta - 1}{\cot\alpha + \cot\beta}$
8) $\cot(\alpha-\beta) = \dfrac{\cot\alpha\cot\beta + 1}{\cot\alpha - \cot\beta}$

Suma de funciones trigonométricas.

1) $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$
2) $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)$
3) $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$
4) $\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$

Leyes de senos y de cosenos.

1) $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$
2) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$
3) $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$
4) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$
5) $A = \begin{cases} \dfrac{ab\sin\gamma}{2} \\ \dfrac{ac\sin\beta}{2} \\ \dfrac{bc\sin\alpha}{2} \end{cases}$

Donde: A es el área del triángulo con lados a, b, c.

Otras Identidades trigonométricas.

1) $\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$
2) $\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3) $\tan(2\alpha) = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$
4) $\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$
5) $\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$
6) $\tan\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$
7) $\tan\alpha = \dfrac{2\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1 - \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$
8) $\sin\alpha = 2\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)$
9) $\cos\alpha = \cos^2\dfrac{\alpha}{2} - \sin^2\dfrac{\alpha}{2}$